

**[P12] Legendre-Transformation**

(a) Betrachten Sie die beiden Funktionen

$$f_1(x) = \frac{1}{\alpha} x^\alpha \quad \text{und} \quad f_2(x) = e^x \quad .$$

Bestimmen sie die bezüglich  $x$  Legendre-transformierten Funktionen  $(\mathcal{L}f_1)(p)$  und  $(\mathcal{L}f_2)(p)$ .

(b) Betrachten Sie die Lagrangefunktion

$$L = \frac{m}{2}(\dot{q}^1 + \dot{q}^2)^2 - V(q^1, q^2) \quad .$$

Versuchen Sie, die Legendre-Transformation bezüglich  $\dot{q}^1$  und  $\dot{q}^2$  durchzuführen. Klappt es? Falls nicht, warum nicht?

**[P13] Teilchen im elektromagnetischen Feld**

Die Lagrangefunktion für ein geladenes Teilchen, daß sich in einem elektromagnetischen Feld bewegt, enthält ein geschwindigkeitsabhängiges Potential und ist gegeben durch:

$$L = \frac{m}{2} \dot{\vec{r}}^2 - e \varphi(\vec{r}, t) + e \dot{\vec{r}} \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) \quad .$$

Die beiden Felder  $\varphi$  und  $\vec{A}$  sind das elektrische und das magnetische Potential.

(a) Lesen Sie aus den zugehörigen Lagrange-Gleichungen die Lorentz-Kraft ab.

(b) Bestimmen Sie mittels Legendre-Transformation die Hamiltonfunktion.